

基于短时分数阶傅里叶变换的时频分析方法

庞存锁^{1,2}, 刘 磊¹, 单 涛¹

(1.北京理工大学信息与电子学院,北京 100081;2.中北大学信息与通信工程学院,山西太原 030051)

摘 要: 本文研究了短时分数阶傅里叶变换(STFRFT)时频分析方法的分辨率精度和算法性能.首先,文中给出了一种 STFRFT 时频分辨率的数学计算表达式,其有利于时频分辨率的量化比较,仿真结果表明该理论量化值与观察值基本吻合;其次,针对算法运算量大的问题,提出了一种 STFRFT 的快速计算方法,它较传统的穷举搜索方法运算量约降低 1 个数量级;最后,给出了算法估计误差的理论分析并运用该方法对多目标信号进行了分析,仿真表明该方法可有效抑制交叉项和解决多分量时频信号的分离问题.

关键词: 短时分数阶傅立叶变换;时频分析;阶次估计;多目标信号分离

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2014)02-0347-06

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.02.021

Time-Frequency Analysis Method Based on Short-Time Fractional Fourier Transform

PANG Cun-suo^{1,2}, LIU Lei¹, SHAN Tao¹

(1. School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. School of Information and Communication Engineering, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China)

Abstract: The resolution precision and algorithm stability of the short-time fractional Fourier transform (STFRFT) time-frequency method was studied. Firstly, the mathematical expression of the STFRFT time-frequency resolution was given in this paper, which is beneficial to the time-frequency resolution theory quantitative comparison, and simulation results showed that the theoretical quantitative value is basically consistent with the observed value. Secondly, this paper proposed a fast calculation method of STFRFT to decrease the computational complexity, its calculation amount comparing with the traditional search method was reduced about an order of magnitude; Finally, the paper gave the estimation error theoretical analysis of the algorithm and applied the method to analyze the multi-target signal. The simulation results showed that this method could effectively suppress cross-terms and resolve the problem of multi-component signal separation.

Key words: short-time fractional fourier transform (STFRFT); time-frequency transform; order estimation; multi-component signal separation

1 引言

信号分析技术的发展目标是提高信号检测性能的同时进一步提高信号精细特征的分析,尤其针对那些复杂的非平稳信号.时频分析方法是处理非平稳信号的统称,它分为两类:(1)线性时频分析,如短时傅里叶变换(STFT)、Gabor 变换等;(2)双线性(非线性、二次型)时频分析,如魏格纳分布(WVD),后又有多种改进形式,统称为Cohen类时频分布^[1].线性时频分析方法满足叠加原理,在处理多分量信号的场合得到了广泛应用,但是它们时频分辨率不够高^[2~4].另外,双线性时频分析方法

处理多分量的二次相位项信号或高次相位项的单分量信号时,自相关函数的交叉项会在时频分布中显示出来,严重影响时频分析的效果^[5,6].

分数阶傅里叶变换(FRFT)作为传统傅里叶变换(FT)的广义形式,与常用二次型时频分布不同的是它没有交叉项困扰,可以理解为 chirp 基分解,近年来得到了信号处理领域的重点关注^[7~10].但 FRFT 仍然是一种全局性变换,不能反映信号分数阶傅里叶谱随时间的变化情况.这促使研究者们去寻找一些既能利用 FRFT 特点,又能在一定程度上弥补其缺陷的新时频分析方法.基于这种思想,文献^[2~4, 11~15]提出了一种 STFRFT

的时频检测算法,文中仿真结果显示该算法的时频分辨率高于 STFT,但时频分辨率的数学表达较复杂,不利于定量分析,另外,上述方法在处理未知非线性信号时,灵活性不够,运算量大,在实际使用中受到了制约.

本文从提高非平稳信号的时频分析精度和算法稳定性出发,详细论述了 STFRFT 的时频分辨率,给出了一种时频分辨率计算方法,提出了一种自适应变换阶次搜索方法,并仿真比较了 STFRFT 与 STFT 的时频估计精度,运算效率,多目标检测能力.

2 短时分数阶傅里叶变换

与传统短时傅里叶变换相似,STFRFT 是一种加窗变换,或解释为信号在具有时间-分数阶域频率定位功能的基上的展开形式,对于给定的 $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$,其 p 阶短时分数阶傅里叶变换为

$$STFRFT_{x,p}(t,u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)g(\tau-t)K_p(\tau,u)d\tau \quad (1)$$

核函数 $K_p(u,t)$ 为

$$K_p(t,u) = \begin{cases} A_p \exp[j\pi(t^2+u^2)\cot\varphi - j2\pi t u \csc\varphi], & \varphi \neq k\pi \\ \delta(u-t), & \varphi = 2k\pi \\ \delta(u+t), & \varphi = (2k+1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

其中 $g(\tau)$ 为窗函数, $\varphi = p\pi/2$, $A_p = \exp[-j\pi \operatorname{sgn}(\sin\varphi)/4 + j\varphi/2]/\sqrt{|\sin\varphi|}$.

本文后续使用的是 Ozaktas 提出的 FRFT 的数值计算方法^[15].

2.1 窗函数选择

文献[2,14]分析了不同窗函数的 STFRFT 的聚集性,指出高斯窗在时频域均有高的聚集性,其表达式为

$$g(t) = A \exp(-c \frac{t^2}{2}) \quad (3)$$

其中, $A = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta_t}}$ 为幅度, $c = 1/\delta_t^2$, δ_t 代表高斯信号在时域的 3dB 宽度,即时域分辨率大小.

2.2 时间分辨率和分数阶域频率分辨率之间的关系

为了使信号与信号之间更好地被分离,我们希望每个信号在时间-分数阶域频率平面上的能量越集中越好,为了对其进行定量描述,本文给出了一种时频分辨率度量方法.根据式(1),式(3)可得,高斯信号 $g(t)$ 的 STFRFT 变换为

$$X_p[\exp(-c \frac{t^2}{2})] = A \sqrt{\frac{1-j\cot\varphi}{c-j\cot\varphi}} \exp(j \frac{u^2(c^2-1)\cot\varphi}{2c^2+\cot\varphi}) \cdot \exp(-\frac{u^2c \csc^2\varphi}{2c^2+\cot\varphi}) \quad (4)$$

对式(4)两边取绝对值,可得

$$|X_p[\exp(-c \frac{t^2}{2})]| = A' \exp(-\frac{u^2c \csc^2\varphi}{2c^2+\cot\varphi}) \quad (5)$$

从式(5)可知,高斯信号在 FRFT 域的扩展现象主要由式 $\exp(-\frac{u^2c \csc^2\varphi}{2c^2+\cot\varphi})$ 引起,根据高斯函数的性质,我们可以获得信号 $g(t)$ 在 STFRFT 域中时间分辨率和频率分辨率之间的关系为

$$\delta_u^2 = \frac{\sin^2\varphi}{\delta_t^2} + \delta_i^2 \cos^2\varphi \quad (6)$$

其中, δ_t^2 为时间分辨率, δ_u^2 为 FRFT 域频率分辨率.

另外,式(6)也可由 FRFT 定义推出,FRFT 可视为一种旋转算子,对信号进行 FRFT 等同于将时频坐标轴进行旋转,即在一个新的坐标系下观察信号.如图 1 所示.

如图 1 所示,根据 FRFT 与 FT 之间的转换关系,可以获得 FT 域时频信息与 FRFT 域时频信息之间的对应关系为

$$\begin{cases} u = t \cos\varphi + w \sin\varphi \\ v = -t \sin\varphi + w \cos\varphi \end{cases} \quad (7)$$

其中 $t \cos\varphi$ 代表傅里叶域时域信号在分数阶变换域的映射, $w \sin\varphi$ 代表傅里叶域频率信号在分数阶变换域的映射.设傅里叶域时间分辨率为 δ_t^2 ,频域分辨率为 δ_w^2 ,代入式(7)可得

$$\delta_u^2 = \delta_t^2 \cos^2\varphi + \delta_w^2 \sin^2\varphi \quad (8)$$

式(8)与式(6)形式相同,其中, δ_t 与 δ_w 在傅里叶域满足不确定原理^[11],即 $\delta_w = 1/2\pi\delta_t$.

实际中,为了数字处理方便,设 δ_t 在时域的离散采样点数为 m , δ_w 在频域的离散采样点数为 $N/2\pi m$,将上述参数代入式(8),可得其离散表示形式为

$$\delta_u^2 = \frac{N^2}{4\pi^2 \delta_t^2} \sin^2\varphi + \delta_t^2 \cos^2\varphi \quad (9)$$

其中 N 由高斯函数的窗长度决定.

式(9)为任意信号在 STFRFT 域的时频表达式,但当分数阶域旋转角度 φ 与被检测信号的调频率相同时,时频分辨率可达到最大,这时式(9)可简化为

$$\delta_u^2 = \frac{N^2}{4\pi^2 \delta_t^2} \quad (10)$$

3 STFRFT 中变换阶次的估计和误差分析

文献[2,7,8,10,12,14]中对 STFRFT 中分数阶阶次的估计分别采用了全局搜索方式和局部搜索方式,其中全局搜索方式,精度低,对非线性度大的信号检测性能差;而局部搜索方式,即穷举搜索方法,运算量大,很难满足实际应用需求.本文从实际信号在短时间内具有时间和空间连续性的特点考虑,提出了利用级数展开式先进行阶次初步预测,然后在此预测值基础上再

进行精搜索,以提高算法的运算效率.

3.1 分数阶阶次预测方法

假设以 t_0, t_1, \dots, t_L 时刻为中心的局部短时信号出现最大峰值时对应的 FRFT 阶次分别为 $p(t_0), p(t_1), \dots, p(t_L)$, 并且假设 $p(t)$ 在一个短时间段内可用 $(n+1)$ 阶多项式表示, 那么, $p(t)$ 在 t_0 小邻域内的拉格朗日插值多项式可表示为

$$p(t) \approx \sum_{k=0}^L p(t_k) \ell_k(t) \quad (11)$$

其中每个插值基函数 $\ell_k(t)$ 可表达式为:

$$\ell_k(t) = \prod_{j=0, j \neq k}^L \frac{x - x_j}{x_k - x_j} \quad (12)$$

将式(12)代入式(11), 并进行离散化处理后可得:

$$p(t_i) \approx \sum_{k=0}^L p(t_k) \prod_{j=0, j \neq k}^L \frac{t_i - t_j}{t_k - t_j} \quad (13)$$

其中, t_i 表示信号的第 i 个时间段.

一般情况下, 选取 L 为 2 或 3, 式(13)的 2 阶拉格朗日分数阶阶次预测多项式可表示为:

$$p(t_i) \approx p(t_0) \ell_0(t) + p(t_1) \ell_1(t) + p(t_2) \ell_2(t) \quad (14)$$

其中 $\ell_0(t) = \frac{(t_i - t_1)(t_i - t_2)(t_i - t_3)}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)(t_0 - t_3)}$, 同理可得 $\ell_1(t), \ell_2(t)$.

实际处理中, 首先由式(14)获得阶次预测值, 然后在该预测值的一个小范围内再进行搜索, 可较大幅度的提高 STFRFT 算法的运算效率.

3.2 阶次误差 Δp 对 FRFT 域频率分辨率的影响

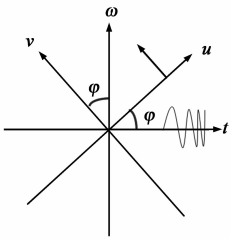


图1 FRFT和FT的时频平面旋转关系

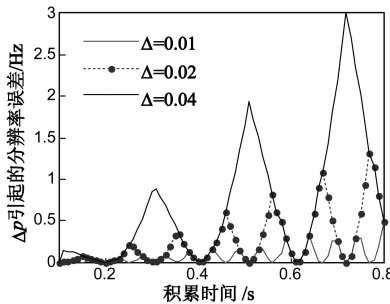


图2 $\sigma_{\Delta p}$ 与积累时间的关系示意图

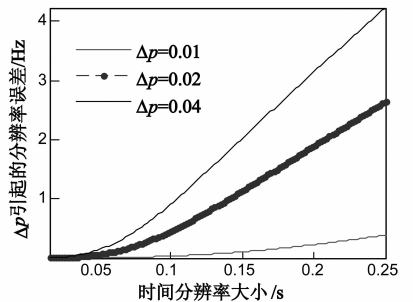


图3 $\sigma_{\Delta p}$ 与 σ_t 的关系示意图

当变换阶次与信号调频率匹配时, FRFT 域频率分辨率达到最大, 如式(10)所示. 但针对未知调频率信号, 实际中由于搜索步进间隔的差异, 必然存在一定的匹配误差, 下面主要研究匹配误差对 FRFT 域频率分辨率的影响.

假设 p_0 为信号匹配时的变换阶次, p'_0 为实际变换阶次, $\Delta p = p_0 - p'_0$ 为变换阶次误差, 其近似等于阶次搜索步进间隔, 由式(9), 式(10)可得, Δp 引起的频率分辨率误差为

$$\sigma_{\Delta p} = \sigma_{p_0} - \sigma_{p'_0} = \begin{cases} 0, & \Delta p \approx 0 \\ \frac{N - \sqrt{N^2 \sin^2 \varphi + 4\pi^2 \sigma_t^4 \cos^2 \varphi}}{2\pi \delta_t}, & \Delta p \in (0, 1) \\ \frac{N}{2\pi \sigma_t} - \sigma_t, & \Delta p \approx 1 \end{cases} \quad (15)$$

由式(15)可见, 误差 $\sigma_{\Delta p}$ 与 σ_t 、积累时间、阶次步进间隔 Δp 均有关系. 图 2 给出了 $\Delta p = 0.01, 0.02, 0.04$ 时, 误差 $\sigma_{\Delta p}$ 与积累时间的关系示意图. 图 3 给出了 $\Delta p = 0.01, 0.02, 0.04$ 时, 误差 $\sigma_{\Delta p}$ 与时间分辨率 σ_t 的关系示意图.

从图 2, 图 3 可以看出, 变换阶次误差 Δp 不变时, 误差 $\sigma_{\Delta p}$ 与积累时间、时间分辨率 σ_t 成有规律的增大变化趋势; 同一积累时间下, Δp 越大, 误差 $\sigma_{\Delta p}$ 越大. 这一结论说明实际应用中, 当积累时间与时间分辨率较大时, 阶次 Δp 的搜索步进间隔应减小; 反之, 当积累时间与时间分辨率较小时, 搜索步进间隔可适当增大, 这种策略有利于提高 STFRFT 的算法效率和时频分辨性能.

4 仿真分析

4.1 STFRFT 和 STFT 的时频分辨率比较

不考虑杂波影响, 建立如下信号模型

$$s(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \exp j2\pi[f_0 t + \varphi_e(t)] \quad (16)$$

设 $T = 1\text{s}$, $t(s): 0 \leq t < 1$, 采样率为 $f_s = 1024\text{Hz}$, $f_0 = 10\text{Hz}$, $\varphi_e(t)$ 为正弦波与多项式相位信号 $160t^3 -$

$100t^2 + 30t$ 相加得到, 波形如图 4(a) 所示. 图 4(b) 和图 4(c) 分别为 STFT 和 STFRFT 的时频分析结果, 仿真中高斯窗函数的宽度设为 128 个采样点, 时域分辨率为 20 个采样点, 阶次搜索步进 0.01.

从图 4(b) 和图 4(c) 可以看出, STFRFT 的频率分辨率明显高于 STFT, 表 1 给出了图 4(b) 和图 4(c) 时频曲线上指定 5 点的频率分辨率对比结果.

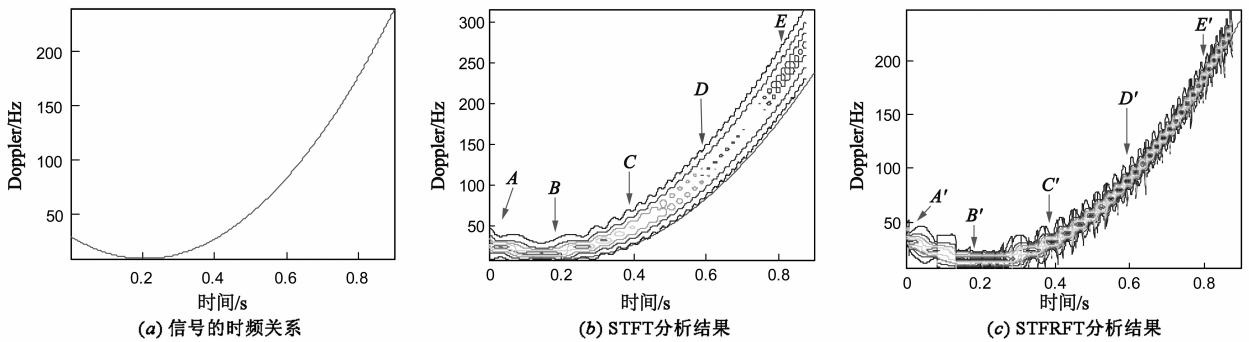


图 4 STFT和STFRFT时频分析对比示意图

表 1 STFT 和 STFRFT 频率分辨率对比

| 时间点选取 | A(0) | B(0.2) | C(0.4) | D(0.6) | E(0.8) |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 最佳阶次 | 0.99 | 1.0 | 1.02 | 1.03 | 1.05 |
| STFT 频域分辨率 | 1.0094 | 0.9520 | 1.1650 | 1.3858 | 1.9287 |
| STFRFT 频域分辨率 | 0.9520 | | | | |
| 理论分辨率之比 | 1.1 | 1.0 | 1.2 | 1.5 | 2.1 |
| 直接观察分辨率之比 | 1.1 | 1.1 | 1.4 | 1.7 | 2.3 |

表 1 表明, STFT 和 STFRFT 方法在信号频率变化率小时, 频率分辨率基本一致, 如图中的 A 点和 B 点, 但随着频率变化率增大, 两者之间的分辨率之比逐渐增大, 在 E 点分辨率之比达到了 2 倍, 且随着时间增大, 非线性度增加, 分辨率之比会进一步提高. 另外, 理论计算的分辨率之比和从图 4(b), 图 4(c) 中直接观察获得的分辨率之比结果基本一致, 验证了式(9), 式(10)算法的正确性.

4.2 多目标检测的分析

考虑多目标环境, 建立如下信号模型

$$s(t) = \sum_{k=1}^3 \text{rect}\left(\frac{t-t_k}{T}\right) \cdot \exp[j2\pi(a_k t^2 + b_k t)] + \beta(t) + w(t) \quad (17)$$

设 $T = 1\text{s}$, $t(s): 0 \leq t - t_k < 1$, 采样率为 $f_s = 1024\text{Hz}$, 目标 1 参数: 时延 $t_1 = 0.28$, $a_1 = 500/\pi$, $b_1 = 20$; 目标 2 参数: 时延 $t_2 = 0.41$, $a_2 = 500/\pi$, $b_2 = -15$; 目标 3 参数: 时延 $t_3 = 0.34$, $a_3 = 750/\pi$, $b_3 = -100$; 目标 4: $\beta(t) = -$

$531t^3 + 48t^2 + 100t$ 为高次相位信号, $w(t)$ 为复高斯白噪声, 其它参数选取同 4.1 节. 下面我们在多目标信噪比相同和不相同两种情况下, 分别应用 STFT 和 STFRFT 方法对其进行了分析比较.

(1) 目标信噪比相同

图 5 给出了目标信噪比均为 -3dB 时, STFT, WVD 和 STFRFT 方法对多目标信号的时频分析结果. 从图 5(a) 中可以看出, STFT 时频分辨率较低, 尤其是目标 1, 2, 3 模糊度较大, 无法准确判断出目标的真实个数. 从图 5(b) 中可以看出, WVD 方法对多目标分析会引入大量的交叉项干扰, 影响真实目标个数的判断. 但从图 5(c) 中 STFRFT 的时频平面上可清晰的分辨出目标的准确个数, 同时对目标的时频起始位置也可识别出, 利于目标信号的后续分析和处理.

(2) 目标信噪比不同

为了分析本文算法对强弱目标的分离性能, 这里设目标 1, 2 的信噪比均为 -8dB , 目标 3 的信噪比为 -10dB , 目标 4 的信噪比为 0dB , 图 6(a) ~ 图 6(c) 给出了 STFT 的分析结果, 图 6(d) ~ 图 6(f) 给出了 STFRFT 的分析结果; 其中, 图 6(a), 图 6(d) 分别为 4 个目标的 STFT 和 STFRFT 时频分析结果, 由于目标 4 的信噪比大于其它 3 个目标, 故目标 4 的时频图最清晰, 而其它 3 个目标基本看不出来. 结合 CLEAN 方法去除目标 4 后, 进行再次检测. 对比图 6(b), 图 6(e) 的结果发现, 目标 1, 2 在 STFRFT 域可以被较清晰的分开, 而在 STFT 域两

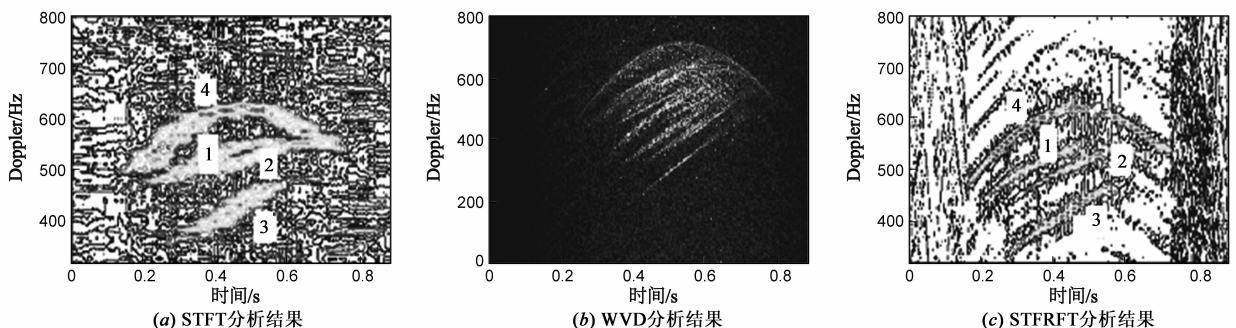


图 5 信噪比相同时多目标时频分析示意图

目标不能被独立分离出来;图 6(c)与图 6(f)给出了再次去除目标 1,2 后的分析结果,两图中都可以发现目标 3,但 STFRFT 方法对目标 3 的时频分辨率明显高于 STFT

方法.因此强弱目标信号共同存在时,STFRFT 算法的时频分辨率明显优于 STFT,更适应于在编队飞行目标,多散射点目标的背景中应用.

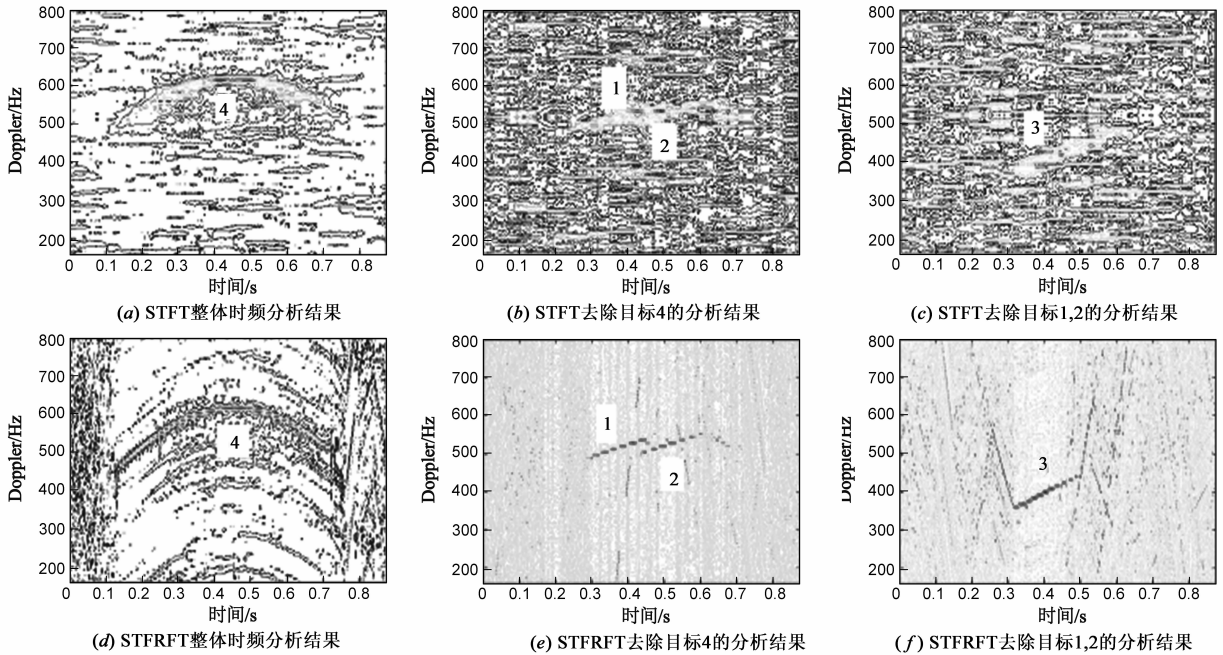


图6 STFT和STFRFT分离强弱目标的时频示意图

4.3 运算量分析

本节以式(17)表示的多项式相位信号 $\beta(t) = -531t^3 + 48t^2 + 100t$ 为例,给出了本文式(13)方法运算量和文献[2,7,8,10,12,14]中穷举搜索方法运算量的对比结果.表2给出了高斯窗宽度为128,时域分辨率为20,搜索步进间隔为0.01,预测阶次 L 分别为2,3,信噪比分别为-4dB, -6dB, -8dB时,本文方法阶次搜索次数与文献[2,7,8,10,12,14]方法搜索次数的对比.

表2 不同方法的阶次搜索次数比较

| 信噪比 | 方法1 | 方法2 | 方法3 | 方法2/方法1 | 方法3/方法1 |
|------|--------|-------|-------|---------|---------|
| -4dB | 180096 | 11340 | 11310 | 15.88 | 15.90 |
| -6dB | 180096 | 12430 | 12400 | 14.52 | 14.48 |
| -8dB | 180096 | 13570 | 13540 | 13.27 | 13.33 |

注:方法1为文献中提出的穷举搜索方法,方法2,3为式(13)预测阶数分别取2,3的方法.

从表1可以看出,方法1所用的搜索次数最多,方法2和方法3的搜索次数远小于方法1,且比方法1约低1个数量级;同时发现当信噪比降低时,本文方法的估计误差会增大,导致搜索的运算量增加,因此,实际使用中还需考虑信号信噪比影响.

5 结论

本文对 STFRFT 与 STFT 方法的时频分辨率进行了

比较,理论和仿真表明 STFRFT 时频分辨率高于 STFT 的时频分辨率,仿真条件下,本文方法时频分辨率较 STFT 最大提高了2倍,且随着时间和非线性度的增大,时频分辨率可进一步提高.同时,给出了一种 STFRFT 的快速计算方法,仿真表明该方法较文献[2,7,8,10,12,14]中的穷举搜索方法运算量降低了约1个数量级;最后,仿真分析了该方法在多目标信号中的应用,结果表明该方法能有效抑制时频平面的交叉项,并能通过时频平面有效解决多分量目标信号的分离问题,为多分量非平稳信号的研究提供了新的思路.

参考文献

- [1] 邹红星,周小波,等.时频分析:回溯与前瞻[J].电子学报,2000,28(9):78-84.
Zou Hong-xing, Zhou Xiao-bo, et al. Which time-frequency analysis-a survey[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(9): 78-84. (in Chinese)
- [2] Ran Tao, Yan-Lei Li, Yue Wang. Short-time fractional fourier transform and Its applications[J]. IEEE Trans Signal Process, 2010, 58(5):2568-2580.
- [3] Chris Capus, Keith Brown. Short-time fractional Fourier methods for the time-frequency representation of chirp signals[J]. J Acoust Soc Am, 2003, 113(6):3253-3263.
- [4] Aled T. Catherall, Duncan P. Williams. High resolution spectrograms using a component optimized short-term fractional Fouri-

- er transform[J]. Signal Processing, 2010, 90(5): 1591 – 1596.
- [5] L Linnett, S Morrison, P Nicholson. The analysis of signals containing mixtures of linear chirps [J]. Proc Inst Acoust, 2001, 23: 55 – 62.
- [6] 王忠仁, 林君, 李文伟. 基于 Wigner-Ville 分布的复杂时变信号的时频分析[J]. 电子学报, 2005, 33(12): 2239 – 2241. Wang Zhong-ren, Lin Jun, Li Wen-Wei. Time-frequency analysis for complex time-varying signals based on wigner-ville distribution[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12): 2239 – 2241. (in Chinese)
- [7] L. Almeida. The fractional Fourier transform and time – frequency representations[J]. IEEE Trans Signal Process, 1994, 42(11): 3084 – 3091.
- [8] V Namias. The fractional order Fourier transform and its application in quantum mechanics [J]. J Inst Math Appl, 1980, 25: 241 – 265.
- [9] 邓兵, 陶然, 杨曦. 分数阶 Fourier 域的采样及分辨率分析[J]. 自然科学进展, 2007, 17(5): 655 – 661. Deng Bing, Tao R, Yang Xi. Sample of fractional Fourier domain and analysis of acceleration resolution[J]. Progress in Natural Science. 2007, 17(5): 655 – 661. (in Chinese)
- [10] 李靖, 王树勋, 汪飞. 基于分数阶傅里叶变换的 chirp 信号时频分析[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(6): 988 – 990. Li Jing, Wang, Shu xun, Wang Fei. Chirp signal analysis based on PWD in fractional Fourier transform domain [J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(6): 988 – 990. (in Chinese)
- [11] S Shinde, V Gadre. An uncertainty principle for real signals in the fractional Fourier transform domain [J]. IEEE Trans Signal Process, 2001, 49(11): 2545 – 2548.
- [12] 张玉恒, 吴启晖, 王金龙. 基于时频加窗短时傅里叶变换的 LFM 干扰抑制[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(6): 1361 – 1364. Zhang Yuheng, Wu Qi Hui, Wang Jin long. LFM interference suppression using time frequency windowed short time fourier transform[J]. Journal of Electronics & Information Technology. 2007, 29(6): 1361 – 1364. (in Chinese)
- [13] 向强, 秦开宇. 基于线性正则变换与短时傅里叶变换联合的时频分析方法[J]. 电子学报, 2011, 39(7): 1508 – 1513. Xiang Qiang, Qin Kai Yu. A time-frequency analysis method based on linear canonical transform and short-time fourier transform[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(7): 1508 – 1513. (in Chinese)
- [14] 李家强, 金荣洪, 等. 基于高斯短时分数阶傅里叶变换的多分量 LFM 信号检测与参数估计[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(3): 570 – 573. Li Jia, qiang, Jin Rong-hong, et al. Detection and estimation of multi-component LFM signals based on gauss short-time fractional fourier transform[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(3): 570 – 573. (in Chinese)
- [15] Ozaktas H M, Arikan O, Kutay M A. Digital commutation of the fractional Fourier transform[J]. IEEE Trans signal Processing, 1996, 44(9): 2141 – 2150.

作者简介



庞存锁 男, 1978 年 10 月出生, 1999 年毕业于中北大学电子信息工程系, 其后留校在信息通信工程学院工作, 2008 年进入北京理工大学信息与电子学院攻读博士学位. 现为博士在读生, 从事雷达信号处理, 高速微弱目标检测等方面的研究.

E-mail: 10801153@bit.edu.cn

刘磊 男, 1981 年 2 月出生, 2006 年进入北京理工大学信息与电子学院攻读博士学位. 研究方向为雷达信号处理, 高速目标检测软件设计.

单涛 男, 1969 年生, 副教授 博士, 博士生导师, 中国电子学会高级会员, 研究方向为雷达系统、雷达信号处理理论及应用.